



Olimpiada Básica de Matemáticas en Guanajuato

Cuarto Selectivo | 18 de febrero del 2023

Nivel 2

Instrucciones:

- Tienes dos horas para resolver este examen.
- El examen consta de dos partes:
 - Parte A** Los primeros 12 problemas son únicamente de respuesta cerrada. Escribe la respuesta que consideres correcta en la línea correspondiente en la Hoja de Respuestas. Cada pregunta de la Parte A tiene un valor de un punto por respuesta correcta.
 - Parte B** Para los últimos tres problemas del examen, debes escribir de manera clara el procedimiento que seguiste para resolverlos. Cada problema de la parte B puede valer hasta 4 puntos dependiendo de la completitud de la solución escrita.
- Sólo se tomará en cuenta lo que se coloque sobre la línea (en caso de la Parte A) o en las hojas de solución (en caso de la Parte B). Si tu solución de algún problema de la Parte B incluye más hojas, puedes entregarlas; únicamente asegúrate de que las hojas adjuntas tengan número de hoja y problema al que pertenecen, así como tu nombre. Te puedes quedar con la hoja de enunciados.
- Para resolver los problemas te recomendamos contar con lápiz y papel, pero no está permitido el uso de calculadoras o ayuda de otras personas.
- Los resultados se publicarán el 6 de marzo en la página <https://olimpiadasbasicas.cimat.mx/>.

Problemas

Parte A

1. Se sabe que la multiplicación de los números de una lista de 2023 números tiene como resultado $20!$. ¿Cuál es el mínimo posible de 1's que contiene dicha lista?
2. Si el número de 11 dígitos $109999999ab$ es divisible por 99. ¿Cuál es el resultado de multiplicar a por b ?
3. La mamá de Nathalia ha comprado 2 manzanas y tres peras. Cada día, durante 5 días seguidos, le dará a Nathalia una fruta. ¿De cuántas maneras puede hacer esto?
Nota: Las manzanas son iguales entre sí y las peras son iguales entre sí.
4. ¿Cuántos números de cuatro dígitos tienen 2 o más ceros?
5. En el estado de Guanajuato, las placas de la mayoría de los coches consisten en tres letras, seguidos de un número de 3 dígitos y la letra A o la letra B al final. Se deben, además, cumplir las siguientes reglas:
 - La primera letra de la placa debe ser la G.

- No puede ser utilizadas las letras I, O y Q.

¿Cuántas placas posibles hay en el estado de Guanajuato?

6. Se va a aplicar un examen en el auditorio de la escuela. El auditorio tiene 20 filas de asientos, la primera fila tiene 10 asientos y cada fila siguiente tiene un asiento más que la fila anterior. Para hacer el examen, los alumnos se deben sentar de manera que en cada fila de asientos entre cada dos alumnos deben quedar dos asientos vacíos. ¿Cuál es el máximo número de alumnos que pueden sentarse en el auditorio?
7. Andrés pesó a sus 22 cerdos, para lo cual los ordenó en una fila y los fue pesando uno por uno. Observó que cada cerdo, a partir del segundo, pesó tres kilos más que el cerdo anterior. Por ejemplo, el segundo cerdo pesó 3 kilos más que el primero, el tercer cerdo pesó 3 kilos más que el segundo y así sucesivamente. Al finalizar el día, sumó todos los pesos y obtuvo 2035 kilos. ¿Cuántos kilos pesó el cerdo más pesado?
8. Kevin se encuentra leyendo un libro en latín y, entre las muchas líneas, encuentra la expresión $XV = 15$. Habiendo olvidado absolutamente todo lo que sabe sobre números romanos, Kevin piensa que se trata de una multiplicación $XV = 15$ y comienza a encontrar todas las parejas de números naturales (X, V) tales que $X \times V = 15$. ¿Cuántas parejas encontró?
9. Braulio y Juan Pablo hoy se encuentran haciendo intercambios entre tazos, taparrosas y monedas. Han establecido las siguientes reglas de trueque:
 - Si p es un número primo, la cantidad de p tazos puede intercambiarse por la cantidad de q taparrosas, donde q es un número primo menor a p .
 - Dos taparrosas pueden intercambiarse por una moneda.

Si Juan Pablo tiene 20 tazos y Braulio está dispuesto a aceptar todas las propuestas de intercambio de Juan Pablo, ¿cuál es el mayor número de monedas que Juan Pablo puede obtener?

10. En una fiesta donde se baila en parejas chica-chico, se sabe que el 60 % de los chicos están bailando y el 80 % de las chicas están bailando. ¿Cuánta gente está bailando si en la fiesta hay exactamente 35 personas?
11. ¿Cuántos números de cuatro cifras de la forma $321a$ son divisibles entre 6?
12. En cierto país, las personas suelen tener varios nombres. Si el total de nombres es 300 y no se ponen más de 3 nombres, ¿de cuántas formas puede dar nombre a un niño? Considera que no es posible que tenga dos nombres iguales.

Parte B

13. En el contexto de las Olimpiadas de Matemáticas, a un número se le llama capicúa si leerlo de izquierda a derecha es lo mismo que leerlo de derecha a izquierda. Por ejemplo, el número 1331 es capicúa. ¿Cuántos números capicúa de 6 dígitos hay?
14. Ahora que los exámenes están revisados, Dennis y Joshua se encuentran haciendo un pequeño análisis de los datos obtenidos. Han tomado 10 exámenes al azar; promediaron los puntajes de esos 10 exámenes y obtuvieron 14 puntos. Notaron que, si eliminaban el examen con la menor puntuación y promediaban los restantes, obtenían 14.5 puntos. ¿Cuál fue el puntaje del examen que eliminaron?
15. Cinco personajes: Dos brujas, una harpía y dos hadas, se reunieron alrededor de un caldero para hacer una poción de amor (es febrero, después de todo). Para conocer la efectividad de la poción, necesitamos saber cómo se acomodaron alrededor del caldero. Para averiguarlo, nos dijeron:

Ágata Cata y Eustolia estuvieron junto a mí (una a cada lado mío).

Belina Eustolia estaba a mi lado y Domitila no.

Cata Belina estaba junto a mí y Ágata no.

Domitila Ágata y Belia estaban una a cada lado.

Eustolia Belina estaba a mi lado y Cata no.

Sabemos que las Hada siempre dicen la verdad, que las brujas siempre mienten y que la arpía dice una verdad y una mentira o una mentira y una verdad. Además, sabemos que las hadas no estuvieron juntas. ¿Cómo se llaman las hadas, las brujas y la arpía?